ТЕОРЕМА О ТОЧКАХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ФУНКЦИИ В ПОЛИКРУГЕ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЮ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Е. Г. Ганенкова
Петрозаводск, g_ek@inbox.ru

Пусть функция $f(z)$ определена в единичном круге Δ. Точка $\zeta \in \partial\Delta$ называется точкой неопределенности функции $f(z)$, если найдутся две такие простые кривые J_1 и J_2 из Δ с общим концом ζ, что предельные множества $C(f, J_k, \zeta)$ функции f в точке ζ по кривым J_k, $k = 1, 2$ не пересекаются. В 1955 г. Ф. Бейджмил [1] показал, что *любая* функция $f(z)$ имеет не более чем счетное множество точек неопределенности.

Оказывается, что в многомерном случае в приведенных выше терминах теорема Бейджмила перестает быть верной: существуют функции имеющие несчетное множество точек неопределенности (см., например, [1], [2]).

В докладе для функций, определенных в поликруге Δ^n, будет предложено новое понятие точки неопределенности. Точку ζ остова $\mathbb{T} = (\partial\Delta)^n$ поликруга Δ^n мы назовем точкой неопределенности, если найдутся такая подобласть $D \subset \Delta^n$, $\partial D \cap \mathbb{T} = \{\zeta\}$ и такая простая кривая $\Gamma \subset D$ с концом в точке ζ, что предельные множества функции f в точке ζ по множеству $\partial D \cap \Delta^n$ и по кривой Γ не пересекаются. Такое определение оставляет теорему Бейджмила верной.

Теорема. *Множество точек неопределенности на $\mathbb{T}$ для* ***любой*** *функции, определенной в поликруге, не более чем счетно.*

Эта теорема применяется для исследования аналитических в поликруге функций, образующих линейно-инвариантные семейства. Будет показано, что множество направлений $re^{i\theta}$, $r, \theta \in \mathbb{R}^n$, на которых модуль производных таких функций достигает максимальной для данного класса скорости убывания, не более, чем счетно.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Bagemihl F. *Curvilinear cluster sets of arbitrary functions* / F. Bagemihl // Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. 1955. V. 41. 379–382.
2. Bagemihl F. *Rectilinear limits of a function defined inside a sphere* / F. Bagemihl // Michigan Math. J. 1957. V. 4. P. 147-150.
3. Piranian G. *Ambigous points of a function continuos inside a sphere* / G. Piranian // Michigan Math. J. 1957. V. 4. P. 151-152.

[0]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00648-а).