Ф. А. Шамоян
Брянск, shamoyanfa@yandex.ru

О теплицевых операторах в весовых Соболевских пространствах голоморфных в шаре функций

Пусть $U^n = \{z = (z_1 ... z_n) \in \mathbf{C}^n : |z_j| < 1, j = 1, 2, ..., n\}$ – единичный полидиск в n-мерном комплексном пространстве $\mathbf{C}^n$, $\mathbf{T}^n$- его остов, $H(U^n)$ - множество всех голоморфных в U^n функций. Пусть далее $\beta = (\beta_1 ... \beta_n) \in \in \mathbf{R}^n_+$, обозначим через D^β оператор дробного дифференцирования в $H(U^n)$, $D^{-\beta}$ - его обратный(см. [1]), LR-граничные значения плюригармонических функций из класса Харди $h^1(U^n)$ на торе $\mathbf{T}^n$. Если $h \in L^1(\mathbf{T}^n)$, то оператором Теплица на подпространстве $X \subset H(U^n)$ называется оператор вида

$$T_h(f)(z) := \frac{1}{(2\pi i)^n} \int\limits_{T^n} \frac{f(\zeta) h(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta, z \in U^n.$$

Такие операторы возникают во многих вопросах комплексного и функционального анализа (см. [2], [3]). Если $0 < p < +\infty$, $\alpha = (\alpha_1 ... \alpha_n) \in \mathbf{R}^n$, $\alpha_j > -1$, $j = 1, 2, ..., n$, $m = (m_1 ... m_n) \in \mathbf{Z}^n_+$, то

$$A^p_\alpha(m) := \left\{ f \in H(U^n) : \|f\|_{A^p_\alpha(m)} = \left(\int\limits_{U_n} |D^m f(\zeta)|^p (1 - |\zeta|)^\alpha dm_{2n}(\zeta) \right)^{\frac{1}{p}} < +\infty \right\},$$

$$\Lambda^p_\alpha := \left\{ f \in H(U^n) : |D^\beta f(z)| \leq \frac{c_f}{(1-|z|)^{\beta + 1 - \frac{\alpha+2}{p}}}, \beta > \frac{\alpha+2}{p} - 1 \right\}.$$

В работе исследуются теплицевы операторы в пространствах $A^p_\alpha(m)$ при $0 < p \leq 1$. Символом $B(A^p_\alpha(m)), A^p_\alpha(m))$ обозначим множество всех линейных операторов из $A^p_\alpha(m)$ в $A^p_\alpha(m)$.

Теорема.*Пусть* $0 < p \leq 1$, $h \in LR$. *Тогда*

1) Если $(m_j + 1)p < \alpha_j + 2, j = 1, 2, ..., n$, *то* $T_h \in B(A^p_\alpha(m)), A^p_\alpha(m)) \Leftrightarrow h$ *представима в виде* $h = \overline{h}_1 + h_2$, *где* $D^{-m} h_1 \in \Lambda^p_\alpha$, h_2 *- мультипликатор пространства* $A^p_\alpha(m)$.

2) Если $(m_j + 1)p > \alpha_j + 2, j = 1, 2, ..., n$, *то* $\mathbf{T}_h \in B(A^p_\alpha(m)), A^p_\alpha(m)) \Leftrightarrow h = = \overline{h}_1 + h_2$, *где* $h_1 \in H^\infty(U^n), h_2 \in A^p_\alpha(m)$.

3) Если $h \in H^1(U^n)$, *то* $T_h \in B(A^p_\alpha(m)), A^p_\alpha(m)) \Leftrightarrow |Dh(z)| \leq \frac{c_h}{\prod\limits_{j=1}^{n} (1-|z_j|)(ln \frac{1}{1-|z_j|})^{\frac{1}{p}}}$,

$z = (z_1 ... z_n) \in U^n, D := D^1$.

Замечание. Утверждение теоремы для случая $1 < p < +\infty$ в менее общем виде анонсировано в работе [4].

Л И Т Е Р А Т У Р А

1.Djrbashian A., Shamoyan F.A. *Topics in theory of* A^p_α *spaces*// Teubner Texte zur. Math. 1988. 200 p.

2. N. K. Nikolski. *Operators, Functions and Systems: An Easy Reading.* 2001.

V. 1; Math. Surveys and monographs. V. 92; Amer. Math. Soc. P. 460.
3. Шамоян Ф.А. Изв. АН АрмССР, т.22, №2, 1987.
4. Шамоян Ф.А., Арутюнян А.В. ДАН Арм.ССР, т. 91, №4, сс. 147-151. 1990.