Н.Н. Сыромолотов (Петрозаводск)
zhesyr@sampo.ru

ИНТЕРПОЛЯЦИОННАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ОПЕРАТОРА ДАНКЛЯ НА ОДНОМ КЛАССЕ ЦЕЛЫХ ФУНКЦИЙ

Пусть $\alpha > -1/2$, $1 \le p \le \infty$, $d\mu(t) = |x|^{2\alpha+1}\,dx$ - мера на $\mathbb{R}$, $L_{p,\alpha} := L_p(\mathbb{R}, d\mu)$, $||\cdot||_{p,\alpha}$ - норма в банаховом пространстве $L_{p,\alpha}$. Пусть

$$Df(x) = \frac{df}{dx}(x) + \left(\alpha + \frac{1}{2}\right)\frac{f(x) - f(-x)}{x}$$

- дифференциально-разностный оператор Данкля. Для любой функции $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ оператор обобщенного сдвига Данкля $T^y f(x) = u(x,y)$, $y \in \mathbb{R}$, определяется как решение следующей задачи Коши:

$$D_x u(x,y) = D_y u(x,y); \quad u(x,0) = f(x).$$

Известно, что это решение существует и единственно. Оператор T^y продолжается по непрерывности до линейного ограниченного оператора в пространстве $L_{p,\alpha}$, который также будем обозначать через T^y.

Пусть $\nu > 0$. Обозначим через $\mathfrak{M}(\nu, p, \alpha)$ множество всех функций $f(x)$ на, $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих условиям: 1) $f(x)$ - целая функция экспоненциального типа $\le \nu$; 2) $f(x) \in L_{p,\alpha}$.

Теорема 1. *Для любой функции $f \in \mathfrak{M}(\nu, p, \alpha), 1 \le p \le \infty$, справедлива следующая интерполяционная формула:*

$$(Df)(x) = \frac{\nu(2\alpha+2)}{\pi^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{\left(k - \frac{1}{2}\right)^2} T^{\frac{\pi}{2\nu}(2k-1)} f(x), \tag{1}$$

причем ряд абсолютно сходится по норме пространства по норме $L_{p,\alpha}$ и равномерно на $\mathbb{R}$.

Формула (1) является аналогом классической интерполяционной формулы для производной целой функции экспоненциального типа (см. [1]). Аналогичная интерполяционная формула для дифференциального оператора Бесселя получена в [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Никольский С. М.* Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. М.: Наука, 1977.

2. *Платонов С.С.* Гармонический анализ Бесселя и приближение функций на полупрямой // Известия РАН. Сер. матем. 2007. Т. 75, № 5. С. 149–196.