ЛИУВИЛЛЕВО СВОЙСТВО ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ НА НЕКОМПАКТНЫХ РИМАНОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

А.Г. Лосев, Е.А. Мазепа

Волгоград, alexander.losev@volsu.ru, lmazepa@rambler.ru

Работа посвящена изучению поведения решений некоторых эллиптических уравнений на некомпактных римановых многообразиях M. Одним из истоков указанной проблематики традиционно указывается классификационная теория некомпактных римановых поверхностей и многообразий. Известная проблема идентификации конформного типа односвязной некомпактной римановой поверхности может быть переформулирована следующим образом: существует ли на данной поверхности нетривиальная положительная супергармоническая функция? В последние годы активно изучались как гармонические функции, так и решения более общих уравнений, например

$$\Delta u = u, \tag{1}$$

и полулинейного уравнения

$$\Delta u = g(x, u). \tag{2}$$

В данной работе будем предполагать, что правая часть уравнения (2) удовлетворяет следующим условиям:

1. $g(x, \xi) \in \mathbf{Lip}(G \times \mathbb{R})$ для любой подобласти $G \subset\subset M$;
2. $g(x, -\xi) = -g(x, \xi)$;
3. $g(x, \xi_1) \geq g(x, \xi_2)$ для всех $\xi_1 > \xi_2$;
4. Существует постоянная $A > 0$ такая, что $Ag(x, \xi) \geq \xi$ для всех $\xi \geq 0$.

Будем говорить, что на некомпактном многообразии M выпонено лиувиллево свойство для ограниченных решений уравнения (2) (аналогично (1)), если любое такое решение есть тождественный нуль.

Справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. На некомпактном римановом многообразии M выполнено лиувиллево свойство для уравнения (2) тогда и только тогда, когда на M выполнена лиувиллево свойство для уравнения (1).

Также в работе найдены точные условия выполнения лиувиллева свойства для решений уравнения (2) на модельных и квазимодельных многообразиях.

[0]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-97004-р_поволжье_а).