

## Об интегрировании многозначных отображений

Е. С. Половинкин

Москва, polovinkin@mail.mipt.ru

В докладе исследуется проблема интегрирования многозначных отображений вида  $F : T \rightarrow \mathcal{F}(E)$ , где  $T$  – некоторый компакт с мерой,  $E$  – банахово пространство,  $\mathcal{F}(E)$  – множество всех замкнутых подмножеств пространства  $E$ . Данной проблемой занимались многие ученые. См., например, работы Аумана (R.J. Aumann)(1965), Дебре (G. Debreu)(1967), Хукухары (M. Hukuhara)(1967), Л.С. Понтрягина (1967), Ч. Олежа (C. Olech) (1975). Наибольшее признание получило определение интеграла, данное Ауманом. Интегралом Аумана от многозначного отображения называется множество значений интегралов Бохнера от всех суммируемых ветвей данного многозначного отображения. Доказан ряд свойств таких интегралов, связанных с их выпуклостью и компактностью при условии суммируемой ограниченности. Другие подходы определения интеграла от многозначного отображения исследовались существенно меньше.

В докладе автор сообщит о результатах, полученных им на основе отличающегося от Аумана подхода к определению интеграла от многозначного отображения с компактными значениями, приводится сравнение разных подходов. Прежде всего, опираясь на то, что в банаховом пространстве  $E$  существует понятие "суммы множеств по Минковскому", можно стандартным образом получать интегральные суммы Римана и в метрике Хаусдорфа исследовать наличие пределов у таких сумм. Таким образом, вводя интеграл Римана от многозначного отображения по стандартной схеме, получаем проблему об условиях интегрируемости по Риману многозначного отображения. Автором получены необходимые и достаточные условия интегрируемости компактнозначного многозначного отображения по Риману. Аналогичные исследования проведены для интеграла Римана – Стильтьеса. Определение интеграла Лебега для многозначного отображения можно также провести по обобщенной схеме интеграла Бохнера. В докладе будет доложено об условиях существования такого интеграла, о том, что такой интеграл обладает многими свойствами интегралов Лебега для однозначных функций, проведено сравнение полученного интеграла с интегралом Аумана–Лебега. Показано, что интеграл Римана и интеграл Аумана – Римана могут отличаться. Проведено исследование свойств интеграла Лебега для неограниченных замкнутозначных многозначных отображений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Aumann R. J. *Integrals of Set-valued Functions* / R. J. Aumann. // J. Math. An. Appl., 1965. V. 12, , P. 1–12.
2. Polovinkin E. S. *Riemannian Integral of Set-valued Function* / E. S. Polovinkin // Lecture Notes in Computer Science, 1975. V. 27. P. 405–418.
3. Половинкин Е. С. *Об интегрировании многозначных отображений* / Е. С. Половинкин // Доклады АН СССР. 1983. Т. 271. No. 5. С. 1069–1074.