К ВОПРОСУ О СХОДИМОСТИ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ЛЁВНЕРА

А.И. Александров
Томск, Томский государственный университет, e-mail:aai@igrem.ru

Уравнение Лёвнера первоначально возникло при изучении конформного отображений канонической области на область с разрезом по дуге переменной длины. Применительно к отображению единичного круга $E : z \subset \mathbb{C} : |z| < 1$ в единичный круг оно имеет вид
$$\frac{ds}{d\tau} = -\zeta \frac{\mu(\tau) + \zeta}{\mu(\tau) - \zeta}, \quad 0 \le \tau \le \tau^0, \quad \tau^0 \le +\infty, \tag{1}$$
где функция $\mu(\tau), \quad |\mu(\tau)| = 1$, характеризует данный разрез по простой жордановой дуге (при определённой её параметризации), начинающейся на единичной окружности и не проходящей через нуль.

Решение $\zeta(\tau, z; \mu)$ уравнения (1), удовлетворяющее начальному условию $\zeta(0, z; \mu) = z$, $z \in E$, голоморфно однолистно и имеет вид $\zeta(\tau, z; \mu) = e^{\tau} z + \dots$.

Даже для непрерывной функции $\mu(\tau)$ область $\zeta(\tau, E; \mu)$ может отличаться от круга с разрезом.

В докладе для управляющей функции
$$\mu_n(\tau) = \varkappa_n^3(\tau), \quad \varkappa_n(\tau) = e^{-(\tau - \frac{1}{n})} + i\sqrt{1 - e^{-\tau(1-\frac{1}{n})}}, \quad 0 \le \tau < \infty,$$
находится общее решение уравнения (1) и, следовательно, $\zeta(\tau, z; \mu_n)$. Показано, что как функция от z она однолистно и конформно отображает E на круг с разрезом, а $\zeta(\tau, z; \lim\limits_{n\to\infty} \mu_n)$ осуществляет отображение E на область, получающуюся исключением из единичного круга кругового двуугольника, ограниченного дугой единичной окружности и дугой окружности, ортогональной к единичной окружности. При этом последовательность областей $\zeta(\tau, E; \mu_n), \quad n = 1, 2, \dots$, сходится при $n \to \infty$ к области $\zeta(\tau, E; \lim\limits_{n\to\infty} \mu_n)$ как к ядру в смысле Каратеодори относительно нуля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А.И. *Лёвнеровские семейства отображений круга в круг*// Вестник Томского университета. 2007. № 199. С. 94–95.