НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕСПРЯМЛЯЕМЫХ КРИВЫХ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ГОЛОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ

Б. А. Кац
Казань, architec@mi.ru

Пусть Γ есть простая замкнутая кривая на комплексной плоскости C, разбивающая ее на конечную область D^+ и содержащую бесконечно удаленную точку область D^-. На этой кривой задана функция $f(t)$, удовлетворяющая условию Гельдера

$$\sup\{\frac{|f(t')-f(t'')|}{|t'-t''|^\nu} : t', t'' \in \Gamma, t' \neq t''\} < \infty \tag{1}$$

с каким-либо показателем $\nu \in (0,1]$. Рассмотрим краевую задачу об отыскании голоморфной в $\overline{C} \setminus \Gamma$ функции $\Phi(z)$, имеющей при приближении z из $\overline{C} \setminus \Gamma$ к любой точке $t \in \Gamma$ слева и справа предельные значения $\Phi^+(t)$ и $\Phi^-(t)$ соответственно, связанные условием граничного сопряжения

$$\Phi^+(t) - \Phi^-(t) = f(t), t \in \Gamma; \tag{2}$$

кроме того, предполагается,что $\Phi(\infty) = 0$.

Эта краевая задача хорошо известна как задача о скачке. В случае, когда кривая Γ кусочно-гладкая, а функция $f(t)$ удовлетворяет условию Гёльдера с любым показателем ν из указанного выше промежутка, ее решение дает интеграл типа Коши $\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{f(\zeta)d\zeta}{\zeta - z}$ (см., напр., [1, 2]).

Ограничения на кривую Γ неоднократно ослаблялись. Так, автор [3, 4] получил ряд условий разрешимости задачи о скачке (2) на неспрямляемой кривой Γ в форме соотношений между показателем ν и некоторыми метрическими размерностями Γ.

В данной работе предлагаются условия разрешимости задачи о скачке в терминах других характеристик Γ, описывающих скорость полигональной аппроксимации этой неспрямляемой кривой. Вот одно из таких условий.

Теорема 1. *Пусть $D_1 \subset D_2 \ldots \subset D_n \ldots$ есть последовательность многоугольников, сходящаяся к D^+. Если граница Γ_n многоугольника D_n имеет длину Λ_n и лежит в ε_n-окрестности кривой Γ, а функция f удовлетворяет условию (1), то задача (2) разрешима при условии $\Lambda_n = O(\varepsilon_n^{-\mu}), \nu > \frac{1+\mu}{2}$.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Гахов Ф. Д. *Краевые задачи* / Ф. Д. Гахов. М.: Наука, 1977.
2. Мусхелишвили Н. И. *Сингулярные интегральные уравнения* / Н. И. Мусхелишвили. М.: ГИФМЛ, 1962.
3. Кац Б. А. *Краевая задача Римана на негладких дугах и фрактальные размерности* / Б. А. Кац // Алгебра и Анализ. 1994. Т.6. Вып.1. С.147-171
4. Kats B. A. *The refined metric dimension with applications* / B. A. Kats // Computational Methods and Function Theory. 2007. V. 7. No. 1. P.77–89.