О СПЕКТРЕ ПОЧТИ–ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПО БЕЗИКОВИЧУ ФУНКЦИЙ В КОНЕЧНОМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ.

О. И. Удодова
Харьков, udodova@univer.kharkov.ua

Функция $f(x)$, $x \in \mathbf{R}$, называется почти–периодической, если ее можно аппроксимировать равномерно на всей оси тригонометрическими полиномами вида

$$P(x) = \sum_n c_n e^{i\lambda x}, \quad \lambda \in \mathbf{R}.$$

Далее, функции $f(x)$ можно поставить в соответствие ряд Фурье

$$f(x) \sim \sum_\lambda a_\lambda e^{i\lambda x}, \qquad a_\lambda = \lim_{T\to\infty} \left(\frac{1}{2T}\right) \int_{-T}^{T} f(x) e^{-i\lambda x}\, dx,$$

при этом не более чем для счетного множества значений λ коэфициенты a_λ отличны от нуля. Это множество и называется спектром функции f. Отметим, что показатели в последовательности аппроксимирующих тригонометрических полиномов можно всегда брать только из спектра функции.

Как отметил еще Г.Бор, если $f(x)$ есть сужение на вещественную ось целой функции экспоненциального типа σ, то спектр $f(x)$ лежит на сегменте $[-\sigma, \sigma]$. Этот результат был распространен С.Фаворовым и О.Удодовой в 2002 году на почти–периодические функции в пространстве $\mathbf{R}^k$.

Р.Боас в 1944 году показал, что результат Бора справедлив и для почти–периодических по Безиковичу функций, т.е. таких, которые можно аппроксимировать тригонометрическими полиномами в метрике Безиковича

$$d^B(P, f) = \lim_{T\to\infty} \left(\frac{1}{2T}\right) \int_{-T}^{T} |f(x) - P(x)|\, dx.$$

Для таких функций доказательство существенно сложнее из–за того, что они могут быть неограничены на вещественной оси.

Мы распространяем теорему Боаса на почти–периодические по Безиковичу функции в пространстве $\mathbf{R}^k$. Метод доказательства отличен от метода Боаса и опирается на теорему В.Логвиненко, которая позволяет оценить рост функции во всем пространстве $\mathbf{R}^k$ через ее рост на относительно плотном множестве.